

## Abszolútértékes kifejezést tartalmazó egyenlet

Egy kifejezés abszolútértékének meghatározása függ a kifejezés előjelétől. Egy nemnegatív szám abszolútértéke önmagával egyenlő, egy negatív szám abszolútértéke ellentettjével egyenlő.

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{ha } x \geq 0 \\ -x, & \text{ha } x < 0 \end{cases} \quad \text{pl.: } |-3,2| = 3,2 \qquad \left| \frac{5}{7} \right| = \frac{5}{7}$$

Abszolútértékes kifejezést tartalmazó egyenlet megoldása során meg kell vizsgálni, hogy az abszolútérték jelek közötti kifejezés(ek) hol, (mely  $x$ -ek esetén) negatívak illetve nemnegatívak.

(1)  $|x - 3| = 2x + 5$

I. eset: Ha  $x - 3 \geq 0$ , akkor  $|x - 3| = x - 3$

$$\begin{aligned} x \geq 3 \quad \text{az egyenlet: } & |x - 3| = 2x + 5 \\ & x - 3 = 2x + 5 \qquad /-x \\ & -3 = x + 5 \qquad \quad /-5 \\ & \boxed{-8 = x} \end{aligned}$$

Mivel az egyenlet „megoldása” nem része az intervallumnak, ezért nem megoldás, hamis gyök.

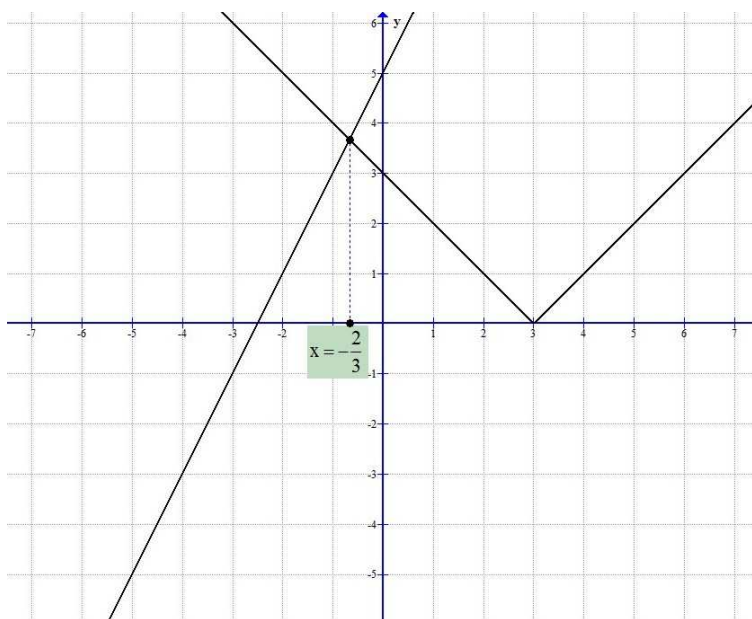
II. eset: Ha  $x - 3 < 0$ , akkor  $|x - 3| = -(x - 3)$

$$\begin{aligned} x < 3 \quad \text{az egyenlet: } & |x - 3| = 2x + 5 \\ & -(x - 3) = 2x + 5 \\ & -x + 3 = 2x + 5 \qquad /-5 \\ & -x - 2 = 2x \qquad \quad /+x \\ & -2 = 3x \qquad \quad /:3 \\ & \boxed{-\frac{2}{3} = x} \end{aligned}$$

Megoldás, mert a vizsgált intervallumban van.

**Az egyenlet megoldása (gyöke):**  $x = -\frac{2}{3}$ .

Grafikus megoldás:



$$(2) \quad |x + 4| + |x - 2| = 8 \quad (x + 4 = 0, \text{ ha } x = -4; x - 2 = 0, \text{ ha } x = 2)$$

I. eset: Ha  $x < -4$ , akkor  $|x + 4| + |x - 2| = -(x + 4) - (x - 2)$ , azaz mindkét kifejezés negatív.

$$\begin{aligned} |x + 4| + |x - 2| &= 8 \\ -(x + 4) - (x - 2) &= 8 \\ -x - 4 - x + 2 &= 8 \\ -2x - 2 &= 8 && /+2 \\ -2x &= 10 && /:(-2) \\ \boxed{x = -5} & \text{ (megoldás, mert az intervallumban van)} \end{aligned}$$

II. eset: Ha  $-4 \leq x < 2$ , akkor  $|x + 4| + |x - 2| = x + 4 - (x - 2)$ , azaz az első kifejezés nemnegatív, a második kifejezés negatív.

$$\begin{aligned} |x + 4| + |x - 2| &= 8 \\ x + 4 - (x - 2) &= 8 \\ x + 4 - x + 2 &= 8 \\ 6 &= 8 \end{aligned}$$

⚡  
**ellentmondás, nincs megoldás**

III. eset: Ha  $2 \leq x$ , akkor  $|x + 4| + |x - 2| = x + 4 + x - 2$ , azaz mindkét kifejezés nemnegatív.

$$\begin{aligned} |x + 4| + |x - 2| &= 8 \\ x + 4 + x - 2 &= 8 \\ 2x + 2 &= 8 && /-2 \\ 2x &= 6 && /:2 \\ \boxed{x = 3} & \text{ (megoldás, mert az intervallumban van)} \end{aligned}$$

**Az egyenlet megoldásai (gyökei):**  $x_1 = 3$  és  $x_2 = -5$ .

Grafikus megoldás:

